



వాస్తవ సంఖ్యలు

4 మార్కుల ప్రశ్నలు

1.  $\sqrt{6}$  కరణీయ సంఖ్య అని నిరూపించండి.  
సాధన:  $\sqrt{6}$  అకరణీయ సంఖ్య అనుకుందాం  
 $\sqrt{6} = \frac{p}{q}, q \neq 0, (p, q) = 1$  లేదా  $p, q$  లు  
పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు  
 $\sqrt{6} q = p$   
ఇరువైపులా వర్గం చేయగా  
 $(\sqrt{6} q)^2 = p^2 \Rightarrow 6q^2 = p^2 \dots\dots (1)$   
 $\Rightarrow p^2$  ను 6 నిశ్చేషంగా భాగిస్తుంది.  
 $\Rightarrow p$  ను 6 నిశ్చేషంగా భాగిస్తుంది.  
 $p = 6c$  అనుకుందాం (c పూర్ణాంకం)  
 $p^2 = (6c)^2 \Rightarrow 6q^2 = 36c^2 \dots\dots (2)$   
 $q^2 = 6c^2$   
 $\Rightarrow q^2$  ను 6 నిశ్చేషంగా భాగిస్తుంది.  
 $\Rightarrow q$  ను 6 నిశ్చేషంగా భాగిస్తుంది.  
అంటే  $p, q$  లకు 6 ఉమ్మడి కారణాంకం అవుతుంది.  
ఇది  $(p, q) = 1$  అనడానికి విరుద్ధం.  
ఈ విరుద్ధత  $\sqrt{6}$  అకరణీయ సంఖ్య అనుకోవడం వల్ల వచ్చింది. కాబట్టి  $\sqrt{6}$  కరణీయ సంఖ్య.

**రచయిత**  
**ఎస్. రమేష్**  
విషయ నిపుణులు

2. ఏదైనా ధనపూర్ణ సంఖ్య యొక్క మనం  $4m$  లేదా  $4m + 1$  లేదా  $4m + 3$  రూపంలో ఉంటుందని నిరూపించండి.  
సాధన: యూక్లిడ్ భాగహార నియమం  
 $a = bq + r, 0 \leq r < b$   
 $a$  ఏదైనా ధనపూర్ణ సంఖ్య అనుకుందాం  
 $b = 4$  అయితే  $r = 0$  లేదా  $1$  లేదా  $2$  లేదా  $3$  అవుతుంది.

# రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలుంటే?

$r = 0$  అయితే  $a = 4q + 0 = 4q$   
 $a^3 = (4q)^3 = 64 q^3$   
 $= 4 \cdot 16 q^3 = 4m$  ( $m = 16q^3$ )  
 $r = 1$  అయితే  $a = 4q + 1$   
 $a^3 = (4q + 1)^3$   
 $= (4q)^3 + 3 \cdot (4q)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 4q \cdot 1^2 + 1^3$   
 $= 64q^3 + 48q^2 + 12q + 1$   
 $= 4(16q^3 + 12q^2 + 3q) + 1$   
 $= 4m + 1$  ( $m = 16q^3 + 12q^2 + 3q$ )  
 $r = 2$  అయితే  $a = 4q + 2$   
 $a^3 = (4q + 2)^3$   
 $= (4q)^3 + 3 \cdot (4q)^2 \cdot 2 + 3 \cdot 4q \cdot 2^2 + 2^3$   
 $= 64q^3 + 96q^2 + 48q + 8$   
 $= 4(16q^3 + 24q^2 + 12q + 2)$   
 $= 4m$  ( $m = 16q^3 + 24q^2 + 12q + 2$ )  
 $r = 3$  అయితే  $a = 4q + 3$   
 $a^3 = (4q + 3)^3 = 64q^3 + 144q^2 + 108q + 27$   
 $= 4(16q^3 + 36q^2 + 27q + 6) + 3$   
( $\because 27 = 24 + 3$ )  
 $= 4m + 3$  ( $m = 16 q^3 + 36 q^2 + 27q + 6$ )  
 $\therefore$  ఏదైనా ధన పూర్ణ సంఖ్య యొక్క మనం  $4m$  లేదా  $4m + 1$  లేదా  $4m + 3$  రూపంలో ఉంటుంది.

3.  $x^2 + y^2 = 34 xy$  అయితే  $2 \log(x + y) = 2 \log 2 + 2 \log 3 + \log x + \log y$  అని చూపండి.  
సాధన:  $x^2 + y^2 = 34 xy$   
ఇరువైపులా  $2xy$  కలిపితే  
 $x^2 + y^2 + 2xy = 34xy + 2xy$   
 $(x + y)^2 = 36 xy$   
 $\log(x + y)^2 = \log 36 xy$   
ఇరువైపులా సంవర్గమానాలు రాయగా  
 $2 \log(x + y) = \log 36 + \log x + \log y$  (log xyz



**టార్గెట్ - 2020**  
**పదో తరగతి**  
**గణితం పేపర్ - I**

$= \log x + \log y + \log z$   
 $= \log 2^2 \times 3^2 + \log x + \log y$   
 $= \log 2^2 + \log 3^2 + \log x + \log y$   
 $= 2 \log 2 + 2 \log 3 + \log x + \log y$   
( $\log x^m = m \log x$ )

**అదనపు ప్రశ్నలు**  
1. ఏదైనా ధనపూర్ణ సంఖ్య  $n$  కు  $n, n + 1$  లేదా  $n + 2$  లలో ఏదైనా ఒకటి మాత్రమే 3తో నిశ్చేషంగా భాగించబడుతుందని నిరూపించండి.  
2.  $(3.2)^x = (0.032)^y = 1000$  అయితే  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$  విలువ కనుక్కోండి.  
3.  $a, b$  లు ప్రధానాంకాలు అయితే  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  కరణీయ సంఖ్య అని నిరూపించండి.

**అరమార్కు ప్రశ్నలు**

- రెండు సంఖ్యల గసాభా 27, కసాగు 162. అందులో ఒక సంఖ్య 54 అయితే రెండో సంఖ్య? జ: 81 (సూత్రం: కసాగు  $\times$  గసాభా =  $a \times b$ )
- $\frac{6}{2^4 \times 5}$  ఎన్ని దశాంశాల తర్వాత అంతమవుతుంది? జ: 3
- $6^{2020}$  ఫలిత సంఖ్యలో ఒకట్ల స్థానంలో ఉండే అంకె ఏది? జ: 6
- $a, b$  సంఖ్యల గసాభా 1 అయితే  $a, b$  లు  
A) ప్రధాన సంఖ్యలు  
B) పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు  
C) కవల ప్రధాన సంఖ్యలు  
D) A, B, C లలో ఏదైనా ఒకటి జ: D
- కిందివాటిలో సరైనది.  
A)  $R \subset Q \subset Z \subset W \subset N$   
B)  $Q \subset Z \subset W \subset N \subset R$   
C)  $N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$   
D)  $N \subset W \subset Z \subset R \subset Q$  జ: C
- కిందివాటిని జతపరచండి.  
i) అంతమయ్యే దశాంశం a)  $\frac{5}{3}$   
ii) అంతంకాని ఆవర్తన దశాంశం b)  $\pi$   
iii) అంతంకాని ఆవర్తనం కాని దశాంశం c)  $\frac{3}{5}$   
A) i-a, ii-b, iii-c B) i-c, ii-a, iii-b  
C) i-b, ii-c, iii-a D) i-c, ii-b, iii-a జ: B
- కనిష్ట ప్రధాన సంఖ్య, కనిష్ట సంయుక్త సంఖ్యల కసాగు  $a$ , గసాభా  $b$  అయితే  $ab = ?$  జ: 8

2 మార్కుల ప్రశ్నలు

1. 12, 15, 18 ల కసాగు, గసాభాలను ప్రధాన కారణాంక పద్ధతిలో కనుక్కోండి.  
సాధన:  $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$   
 $15 = 3 \times 5 = 3 \times 5$   
 $18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2$   
గసాభా = సామాన్య ప్రధాన కారణాంకాల కనిష్ట మాత్రా లబ్ధం = 3  
కసాగు = ప్రధాన కారణాంకాల్లో ప్రతిదాని గరిష్ట మాత్రా లబ్ధం =  $2^2 \times 3^2 \times 5$   
 $= 4 \times 9 \times 5 = 180$   
2.  $5 + 2\sqrt{3}$  కరణీయ సంఖ్య అని చూపండి.  
సాధన:  $5 + 2\sqrt{3}$  అకరణీయ సంఖ్య అనుకుందాం  
 $5 + 2\sqrt{3} = \frac{p}{q}, q \neq 0 (p, q) = 1$   
 $2\sqrt{3} = \frac{p}{q} - 5 \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{1}{2} \left( \frac{p}{q} - 5 \right)$   
ఇది విరుద్ధం. ఈ విరుద్ధత  $5 + 2\sqrt{3}$  అకరణీయ సంఖ్య అనుకోవడం వల్ల వచ్చింది.  
కాబట్టి  $5 + 2\sqrt{3}$  ఒక కరణీయ సంఖ్య.  
3.  $3 \times 5 \times 71 + 71$  ఒక సంయుక్త సంఖ్య అని చూపండి.  
సాధన:  $3 \times 5 \times 71 + 71 = 71(3 \times 5 + 1)$   
 $= 71(15 + 1) = 71 \times 16 \times 1$   
పై సంఖ్యకు రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు ఉండటం వల్ల అది సంయుక్త సంఖ్య.  
4.  $2 \log 5 + 5 \log 3 - 3 \log 2$  ను ఒకే సంవర్గమానంగా రాయండి.  
సాధన:  $2 \log 5 + 5 \log 3 - 3 \log 2$   
 $= \log 5^2 + \log 3^5 - \log 2^3$

( $m \log a = \log a^m$ )  
 $= \log 25 + \log 243 - \log 8$   
 $= \log 25 \times 243 - \log 8$   
( $\log x + \log y = \log xy$ )  
 $= \log 6075 - \log 8$   
 $= \log \left( \frac{6075}{8} \right)$  ( $\log x - \log y = \log \frac{x}{y}$ )  
5.  $5^x = 3^{x-2}$  సమీకరణాన్ని సాదించండి.  
సాధన:  $5^x = 3^{x-2}$   
ఇరువైపులా సంవర్గమానాలు రాయగా  
 $\log 5^x = \log 3^{x-2}$   
 $x \log 5 = (x - 2) \log 3$   
 $= x \log 3 - 2 \log 3$   
 $x \log 3 - x \log 5 = 2 \log 3$   
 $x(\log 3 - \log 5) = 2 \log 3$   
 $x = \frac{2 \log 3}{\log 3 - \log 5}$   
6.  $q$  ఏదైనా ఒక పూర్ణ సంఖ్య అయినప్పుడు ప్రతి ధన ఖేసీసంఖ్య  $4q + 1$  లేదా  $4q + 3$  రూపంలో ఉంటుందని నిరూపించండి.  
సాధన:  $a$  ఏదైనా ధన ఖేసీసంఖ్య అనుకుందాం యూక్లిడ్ భాగహార నియమం ప్రకారం  
 $a = bq + r, 0 \leq r < b$   
 $b = 4$  అయితే  $r = 0$  లేదా  $1$  లేదా  $2$  లేదా  $3$  అవుతుంది  
 $r = 0$  అయితే  $a = 4q = 2 \cdot 2q$  సరిసంఖ్య  
 $r = 1$  అయితే  $a = 4q + 1$   
 $r = 2$  అయితే  $a = 4q + 2$   
 $= 2(2q + 1)$  సరిసంఖ్య  
 $r = 3$  అయితే  $a = 4q + 3$   
 $a$  ఖేసీసంఖ్య కాబట్టి  $a$  రూపం  $4q + 1$  లేదా  $4q + 3$  అవుతుంది.

**నోటీస్ బోర్డు**  
**ప్రవేశాలు**  
**స్వా, న్యూదిల్లీ**  
న్యూదిల్లీలోని స్కూల్ ఆఫ్ స్పానింగ్ అండ్ ఆర్కిటెక్చర్ (స్వా) 2020-21 విద్యాసంవత్సరానికి కింది ప్రోగ్రాముల్లో ప్రవేశాలకు దరఖాస్తులు కోరుతోంది.

**ప్రభుత్వ ఉద్యోగాలు**  
**డీఎఫ్సీసీఐఎల్, న్యూదిల్లీ**  
భారత ప్రభుత్వ రైల్వే మంత్రిత్వ శాఖకు చెందిన న్యూదిల్లీలోని డెడికేటెడ్ ఫ్రైట్ కార్పొరేషన్ కార్పొరేషన్ ఆఫ్ ఇండియా లిమిటెడ్ (డీఎఫ్సీసీఐఎల్) కింది పోస్టుల భర్తీకి దరఖాస్తులు కోరుతోంది. ● మొత్తం ఖాళీలు: 54  
పోస్టులు-ఖాళీలు: ఆసిస్టెంట్ మేనేజర్ (ఫైనాన్స్, ఐటీ)-30, జూనియర్ మేనేజర్ (హెచ్ఆర్, ఫైనాన్స్, ఐటీ)-24. అర్హత: పోస్టుని అనుసరించి సంబంధిత సబ్జెక్టుల్లో బ్యాచిలర్స్ డిగ్రీ, బీఈ/ బీటెక్, ఎంబీఏ, సీఏ/ సీఎంఏ ఉత్తీర్ణత, అనుభవం.  
ఎంపిక విధానం: కంప్యూటర్ బేస్డ్ టెస్ట్ (సీబీటీ), ఇంటర్వ్యూ, మెడికల్ టెస్ట్ ఆధారంగా. దరఖాస్తు విధానం: ఆన్లైన్. చివరితేది: మార్చి 15, 2020.  
వెబ్సైట్: <https://dfccil.com/>

● పీజీ, పీహెచ్డీ ప్రోగ్రాములు 2020-21 కోర్సులు: అర్బన్ డిజైన్, ఇండస్ట్రియల్ డిజైన్, ల్యాండ్ స్కేప్ ఆర్కిటెక్చర్, ఆర్కిటెక్చరల్ కన్జర్వేషన్ తదితరాలు. అర్హత: పీజీ ప్రోగ్రాములకు సంబంధిత సబ్జెక్టుల్లో బ్యాచిలర్స్ డిగ్రీ, పీహెచ్డీకి ప్లానింగ్/ ఆర్కిటెక్చర్ సబ్జెక్టుల్లో మాస్టర్స్ డిగ్రీ ఉత్తీర్ణత, గేట్/ జెఆర్ఎఫ్/ సీడ్ స్కార్. ఎంపిక విధానం: టెస్ట్/ ఇంటర్వ్యూ ఆధారంగా. దరఖాస్తు విధానం: ఆఫ్లైన్. దరఖాస్తు ప్రక్రియ ప్రారంభం: ఫిబ్రవరి 25, 2020. చివరితేది: మార్చి 13, 2020.  
వెబ్సైట్: <http://spa.ac.in/>

**ఎయిమ్స్, రిషికేశ్**  
రిషికేశ్లోని ఆల్ ఇండియా ఇన్స్టిట్యూట్ ఆఫ్ మెడికల్ సైన్సెస్ (ఎయిమ్స్) కింది పోస్టుల భర్తీకి దరఖాస్తులు కోరుతోంది. ● మొత్తం ఖాళీలు: 164  
పోస్టులు: ప్రొఫెసర్, అడిషనల్ ప్రొఫెసర్, అసోసియేట్ ప్రొఫెసర్, అసిస్టెంట్ ప్రొఫెసర్. విభాగాలు: బయోకెమిస్ట్రీ, ఫిజియాలజీ, అనాటమీ, పార్థికాలజీ, మైక్రోబయాలజీ, సైకియాట్రీ తదితరాలు.  
అర్హత: సంబంధిత స్పెషలైజేషన్లో ఎంబీ/ ఎంఎస్ ఉత్తీర్ణత, బీచింగ్/ పరిశోధన అనుభవం.  
ఎంపిక విధానం: పోస్ట్ టెస్టింగ్, ఇంటర్వ్యూ ఆధారంగా. ఆన్లైన్ దరఖాస్తు ప్రక్రియ ప్రారంభం: ఫిబ్రవరి 29, 2020. దరఖాస్తుకు చివరితేది: ఏప్రిల్ 07, 2020.  
వెబ్సైట్: <http://aaimsrishikesh.edu.in/>

మరిన్ని నోటిఫికేషన్లకు QR కోడ్ స్కాన్ చేయవచ్చు లేదా  
[www.eenadupratibha.net](http://www.eenadupratibha.net) చూడవచ్చు.

